

連載 オブジェクト指向と哲学

第 61 回 ピュタゴラスの音楽(7)- 地動説正多面体モデル

河合 昭男

<http://www1.u-netsurf.ne.jp/~Kawai>

ピュタゴラスは単純なテトラクテュスの中に宇宙の本質が隠されていると考えました。1、2、3、4の比に注目し、弦の長さが1対2、2対3、3対4の音程が協和するという現象とテトラクテュスとを結び付けました。

ケプラーは、プラトンの立体として知られていた5つの正多面体—正4面体／正6面体（立方体）／正8面体／正12面体／正20面体に宇宙の本質が隠されていると考えました。これを6つの惑星の軌道と結び付け、「宇宙の神秘」[7]として25歳の時出版しました。

●五つの正多面体

プラトンは、正多面体は5つのみであることを知っていました。

面の数	面の形	辺の数	頂点の数
4	3	6	4
6	4	12	8
8	3	12	6
12	5	30	20
20	3	30	12

表 61-1 正多面体の特性

これらの多面体には双対の関係があります。表 61-1 の 6 面体と 8 面体、12 面体と 20 面体を比較すると、それぞれのペアで面の数と頂点の数が反対になっています。例えば 6 面体の隣り合う面の中心をつなぐとそれらの点を頂点とする 8 面体になり、8 面体の隣り合う面の中心をつなぐとそれらの点を頂点とする 6 面体になります。12 面体と 20 面体の間にも同様の関係があります。4 面体は頂点の数も 4 であり、これらの操作から得られるのは同じ 4 面体です。

●正多面体と四元素

プラトンはこれらを水／土／空気／火の四大元素と対応付けました。火は 4 面体、土は 6 面体、空気は 8 面体、水は 20 面体で 12 面体は特別としてどの元素とも対応しません。（表 61-2）

面の数	面の形	辺の数	頂点の数	四大元素
4	3	6	4	火
6	4	12	8	土
8	3	12	6	空気
12	5	30	20	
20	3	30	12	水

表 61-2 正多面体と四大元素

以下、[6]から引用しますが、その出典はプラトンのティマイオスからとあります。

--

火：

正 4 面体の辺と頂点は鋭く尖っており、また正多面体のなかで最も単純にして最も基本的だからである。ギリシャ人は正 4 面体を「ピュラミス」と呼んだ。これがピラミッドという単語の語源である。もうひとつ面白いことに、ギリシャ語では火を「ピュル」という。

空気：

正 8 面体を、「火」の正 4 面体と「水」の正 20 面体の中間の存在と考え、それゆえ四大元素の「空気」と結びつけた。

水：

同じ大きさの正 3 角形を使って正 4 面体、正 8 面体、正 20 面体を作ると、正 20 面体が一番大きい。そこでプラトンは正 20 面体を「水」と結びつけた。流動性を持つ 3 つの元素（火、空気、水）の中で、水は最も密度が高く、最も侵入力が弱いからである。

土：

底面が正方形で安定していることから、プラトンはこの立体を四大元素の「土」と結びつけた。

[6]

--

なお、この正多面体と四大元素の対応の説明はプラトンのティマイオスによるものとなっていますが、ケプラーはピュタゴラスとしています[7]。ピュタゴラスは書物を残していないので、このアイデアはピュタゴラス派の人からプラトンに伝えられたのかもしれませんが。

ケプラーはこの 5 つしかない正多面体に何か宇宙の本質が隠されているのではないかと考え、

惑星の数と軌道に関係があるのではないかと考えました。

ケプラーは、当時発見されていた 5 惑星 (水金火木土) と地球を加えた 6 惑星の 6 という数字、なぜ惑星は 6 個かという問題と、正多面体が 5 つしかないことと関係があるのではないかと考えました。さらに、惑星と太陽の距離は内側では惑星間で接近しているが、外側に行くほど拡大してゆくのはなぜか、火星と木星が離れすぎていることも不自然であり疑問に感じていました。

これらの現象を一気に説明するアイデアがあるとき突然閃き、それを「宇宙の神秘」で発表しました。

●ケプラーのインスピレーション

ユークリッドの幾何学の講義をしているときでした。黒板に正 3 角形を描き、そこにコンパスで内接円と外接円を描き始めたとき... [3]

--

「ついに私は、まったく取るに足りないきっかけから、問題の本質に近づくことができた」。その日付けを、彼は正確に書き記す。1595 年 7 月 19 日、数学の授業中にとつぜん大いに期待できる幾何学の図式にぶつかった。その思いがけない発見のために、もはや一瞬もじっとしておれず、昼も夜も頭はその図式でいっぱいだった。彼は数学の論理にからめ捕られ、完全な宇宙は、そもそも最初には 5 つ正多面体という雛形にしたがって見取り図が描かれたのかもしれない、という推測にたどり着いた。だとすれば、全宇宙の構造は 5 個の正多面体、すなわち、よく知られたものではさいころやピラミッドのような、各面が正多角形から成り立っている立体なのであろう。

[5]

--

ケプラーは「宇宙の神秘」の冒頭で本書の内容を端的に語っています。

--

宇宙誌論への手引き

—天体軌道の称讃すべき見事な比と、天体の数、大きさ、および周期運動の真正にして適切な根拠について、幾何学の五つの正立体により明らかにされた宇宙形状誌の神秘を含む—[7]

--

●ケプラーの正多面体モデル

球の内側に内接する正多面体を入れ、その内側に内接する球を入れ、以下正多面体と球を交互に入れて行きます。6 個の球と 5 つの正多面体が入れ子になります。この 6 個の球面が 6 個の惑星の軌道になります。

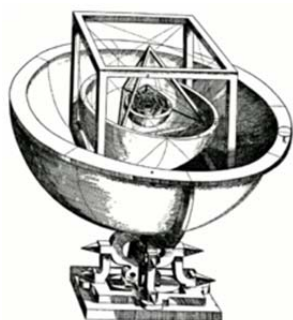


図 61-1 太陽系モデル



図 61-2 太陽近傍拡大図

[出典：ウィキペディア <https://ja.wikipedia.org/wiki/ヨハネス・ケプラー>]

一番外側が土星の軌道で、以下木星、火星、地球、金星、水星と並びます。図 61-1 のように外側の 3 つは球面の距離が大きく離れていますが、図 61-2 のように内側の 3 つは接近しています。

ケプラーが苦心したのは 5 つの正多角形の順番です。外側は隣り合う惑星間の軌道半径の比が大きく、内側は隣り合う惑星間の軌道半径の比が小さくなるようにします。

●太陽系に第 9 惑星

惑星はのちに天王星、海王星、冥王星と発見され 9 つになり、ケプラーの正多面体モデルの予測は外れました。冥王星は 2006 年準惑星に分類され、現在惑星は 8 つですが、今年になって第 9 惑星が発見されるかも、というニュースが流れています。

読売新聞 2016 年 1 月 21 日朝刊 1 面記事

--

太陽系の外縁部にこれまで観測されていない惑星とみられる天体が存在する可能性があるとする研究成果を、米カリフォルニア工科大の研究チームが 20 日にまとめ、米天文学会誌に発表した。この天体はまだ見つからないが、ほかの小天体の軌道などから、計算で推定したという。地球の 10 倍の質量を持ち、1 万～2 万年かけて太陽を周回しているとみられる。研究チームは、この天体を「第 9 惑星」と呼んでいる。

--

●6 惑星と素粒子

テトラクテュスの最初の 3 つを加えると $1+2+3=6$ であり、ケプラーも『正八面体の角は六つ。正四面体の稜が六つ、立方体の面の数も六つ、六は見事な数である。』[7]と述べています。

素粒子の世界では原子核は陽子と中性子でできています。陽子も中性子もさらに分解でき、そ

れぞれ 3 つのクォークからできています。クォークには 6 種類あります。ノーベル賞で話題になったニュートリノはクォークとは異なるレプトンと呼ばれる別のグループの素粒子で、電子もレプトンの一つです。レプトンも 6 種類あります。[8]

ケプラーが素粒子の世界でクォークもレプトンもちょうど 6 種類であると知ったならきっと「見事な数」惑星の数との関係を考えてに違いありません。

以下次回

参考書籍

- [1]キティー・ファーガソン、[訳]柴田裕之、ピュタゴラスの音楽、2011、白水社
- [2]ジョスリン・ゴドウィン、[訳]斉藤栄一、星界の音楽、1990、工作舎
- [3]ジョン・バンヴィル、[訳]高橋和久・小熊令子、ケプラーの憂鬱、1991、工作舎
- [4]ヨハネス・ケプラー、[訳]渡辺正雄・榎本恵美子、ケプラーの夢、1985、講談社学術文庫
- [5]トーマス・ディ・パドヴァ、[訳]藤川芳郎、ケプラーとガリレイ、2013、白水社
- [6]ダウド・サットン、[訳]駒田曜、プラトンとアルキメデスの立体、2012、創元社
- [7]ケプラー、[訳]大槻真一郎、岸本良彦、宇宙の神秘、1982、工作舎
- [8]キャサリン・フリース、[訳]水谷淳、宇宙を創るダークマター、2015、日本評論社