

連載 オブジェクト指向と哲学 第 56 回 ピュタゴラスの音楽(2)

河合 昭男

<http://www1.u-netsurf.ne.jp/~Kawai>

ピュタゴラス教団は外部との交渉を断ち、ピュタゴラス自身も著作物を残さず、活動内容を公開することも禁じられていたので詳細は謎です。断片的に漏れてきた情報や、後の複数のピュタゴラス伝などからその思想に2つの特徴があります。第1は数が世界の本質であると考えたこと、第2は輪廻転生を信じていたことです。

●比に注目

テトラクテュスと呼ばれる 1,2,3,4 のピラミッドの隣り合う数同士の比 1:2、2:3 および 3:4 に注目し、それを弦の長さにするるとそれらの音程が調和することを発見しました。さらに宇宙もこの基本的な比率で調和していると考えました。

それまで唱えられてきたタレスの「水」やヘラクレイトスの「火」などの具体的なものではなく、抽象的な「数」を宇宙の本質と考えました。「数」そのものは目に見えるものではありませんが、ものの個数や長さ・重さ、あるいは暦や貨幣などいたるところに存在します。「数」そのものとともに2つの数の「比」に本質的な何かがあると考えた点にピュタゴラス教団の特徴があります。

●オブジェクト指向のモデル

「数」をクラスとするなら「比」は2つの「数」というクラスの関連クラスとなり、図1のように表すことができます。つまり2つの「数」から「比」が一意に決まります。

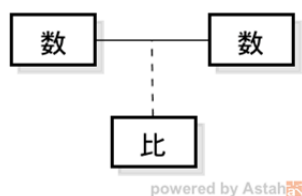


図 1 比を関連クラスで捉える

図1のモデルは2つの「数」をひとつにまとめ図2のように表すことができます。



powered by Astah

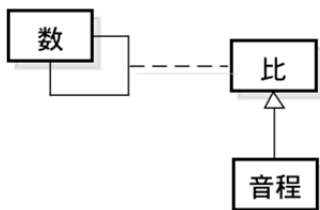
図 2 数をひとつにまとめる

ピュタゴラスはテトラクテュスの隣り合う数の比 1:2、2:3 および 3:4 に注目し、それを楽器の弦の長さとし、それらの音の高さを耳で聞いてこれらの音は調和すると感じました。そこに宇宙の深遠な本質があると考えました。1:2 は 8 度（オクターブ）、2:3 は完全 5 度、3:4 は完全 4 度となります。また、完全 5 度と完全 4 度で

$$2/3 \times 3/4 = 1/2$$

となり、2 倍すなわちオクターブとなります。

これらの音程は弦の長さの比であり、周波数の比です。つまり音程は音が調和する周波数の特殊な比です。図 2 のモデルの「比」のサブクラスとして「音程」を追加することができます。(図 3)



powered by Astah

図 3 音程は特殊な比

●黄金比

耳で聞いて音の高さの特定の比率に調和を感じるのが音程です。目で見て縦横サイズの比率に調和を感じるのが黄金比です。

図 3 のモデルの「比」のサブクラスに「黄金比」を追加することができます。(図 4) 人が美しいと感じる「比」というものをこのように一般化することができます。

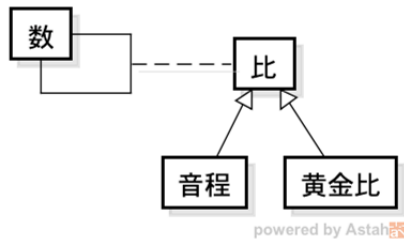


図 4 黄金比

ピュタゴラスの音程は整数比ですが、現在のピアノなどの楽器の調律は 2 の 12 乗根を基準とする平均率が用いられています。平均率の完全 4 度、完全 5 度は整数比でないので揺らぎが生じますが、人の耳には快適に感じます。むしろ整数比の方が機械的で無機質に感じます。

黄金比も整数比ではなくその値は無理数です。有理数より無理数に美を感じるのは不合理のようですが、それが人間の美の感覚のようです。

ちなみにテレビ画面のアスペクト比（縦横比）はアナログが 4:3、デジタルが 16:9 です。この比もテトラクテュスの $3/4$ と $(3/4)**2$ なのでピュタゴラスも納得するでしょう。むしろ黄金比という無理数を認めないでしょう。

●ピュタゴラス思想の継承

ピュタゴラス教団の 2 つの思想は、その後ソクラテス、プラトンに継承されてゆきます。ソクラテスは生前から輪廻転生を信じていたことは対話編で何度も述べています。

プラトンはピュタゴラス派の思想を探し求めて南イタリアとシケリアに何度か旅をしています。

--

紀元前 389 年頃、プラトンはアテナイの住まいを離れて船に乗り込んだ。西のイオニア海へと出帆した船の向かう先は、彼にはメガレ・ヘラス（ラテン語ではマグナ・グラエキア）という名でお馴染みの沿岸地帯にある、南イタリアの古くからの植民都市の一つ、タラスだ。彼はピュタゴラスの教えを探し求めて出発したのだった。

その死から 110 年がたち、ピュタゴラスは今や伝説的な人物となっていた。[4]

--

プラトンは、タラスの地でピュタゴラス派として最も有名なアルキュタスと出会います。その後アテナイに戻りアカデメイアを創設しますが(B.C.387)、ピュタゴラス派のカリキュラム・「数論、幾何学、天文学、音楽」の 4 学科を取り入れます。「天球の音楽」という概念はアルキュタス

を通してプラトンに伝えられます。[4]

その後、プラトンの思想を継承し体系化したのはプロティノス (A.D.205-270) で、ネオプラトン派が形成されます。

一方、ピュタゴラス教団の思想はネオピュタゴラス派に継承されてゆきます。このネオプラトン派とネオピュタゴラス派は親和性があり、共に輪廻転生を信じていました。

ちなみにプロティノスの弟子と孫弟子それぞれ独自のピュタゴラス伝を記述している点からも親和性のある思想です。

●ブルバキ - 数学の秘密結社

ピュタゴラスは 20 世紀のフランスにニコラ・ブルバキとして転生したのかも知れません。それはとりあえず置いておきますが、ブルバキはピュタゴラス教団を連想させます。

--

ニコラ・ブルバキ (Nicolas Bourbaki) は架空の数学者であり、主にフランスの若手の数学者集団のペンネームである。当初この数学者集団は秘密結社として活動し、ブルバキを一個人として活動させ続けた。(ウィキペディア)

--

筆者が学生の頃から日本語訳が全 31 巻からなる「数学原論」と題して東京図書から出版開始され、その第 1 回配本「位相」を購入したのが昭和 40 年代前半です。数学体系の新しい潮流です。

ブルバキは、当時の数学の教科書に疑問を感じていたフランスの 20 名の若手数学者が中心となって、数学の全体系をゼロから見直し始めた活動グループです。グループ名がブルバキとなったのは 1935 年です。この体系は閉じていて、すべての数学の概念の定義は体系内で行われます。

書籍の冒頭の「読者への注意」を引用します。

--

1.この原論は数学をその第一歩から取扱い、完全な証明を付ける。したがって、これを読むのに、原則的には数学的予備知識を全然必要としない。ただ、多少の数学的推論の習慣と、多少の抽象能力とが必要なのである。(以下省略) [9]

--

設立当初からメンバー名は非公開で、外部へは全員がニコラ・ブルバキというペンネームを使用します。秘密を守る為、誰かに「あなたはブルバキのメンバーですか？」と尋ねられたら NO と答えなければなりません。本当に NO なのか嘘なのか尋ねた人にはわかりません。[8]

この秘密結社の匿名主義はピュタゴラス教団と似ています。大きな違いは、内部で合意された成果物は公開することであり、それがそもそものメンバーの主目的です。

以下次回...

参考書籍

- [1]廣川洋一、ソクラテス以前の哲学者、1997、講談社学術文庫
- [2]クラウス・リーゼンフーバー、西洋古代・中世哲学史、2000、平凡社ライブラリー
- [3]E.オマール、[訳]伊理由美、ピタゴラスの定理、2008、岩波書店
- [4]キティー・ファーガソン、[訳]柴田裕之、ピュタゴラスの音楽、2011、白水社
- [5]ジョスリン・ゴドウィン、[訳]斉藤栄一、星界の音楽、1990、工作舎
- [6]左近司祥子、謎の哲学者ピュタゴラス、2003、講談社選書メチエ
- [7]B.チェントローネ、ピュタゴラス派、2000、岩波書店
- [8]M.マシャル、[訳]高橋礼司、ブルバキ 数学者達の秘密結社、2002、シュプリンガー・フェアラーク東京
- [9]ブルバキ、数学原論 位相 1、1968、東京図書